EUCLIDES

MAANDBLAD
VOOR DE DIDACTIEK VAN DE EXACTE VAKKEN

ORGAAN VAN
DE VERENIGINGEN WIMECOS EN LIWENAGEL

MET VASTE MEDEWERKING VAN VELE WISKUNDIGEN IN BINNEN- EN BUITENLAND

36e JAARGANG 1960/61
II - 1 OKTOBER 1960

INHOUD

Dr. G. ten Doesschate: De Schildersperspectief 33
Uit het verslag van de Commissie voor de Staatsexamens - H.B.S. in 1959 51
Uit het verslag van de Commissie voor de Staatsexamens - Gymnasium in 1959 52
Dr. J. H. Wansink: Didactische Revue 56
Boekbespreking 58
WIMECOS 62
Recreatie 64
Kalender 64

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN

Het tijdschrift **Euclides** verschijnt in tien afleveringen per jaar. Prijs per jaargang ƒ 8,00; voor hen die tevens geabonneerd zijn op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde is de prijs ƒ 6,75.

De leden van *Wimecos* krijgen *Euclides* toegezonden als officieel orgaan van hun vereniging. Het abonnementsgeld is begrepen in de contributie. Deze bedraagt ƒ 8,00 per jaar, aan het begin van elk verenigingsjaar te betalen door overschrijving op postrekening 143917, ten name van Wimecos te Amsterdam. Het verenigingsjaar begint op 1 september.

De leden van *Liwenagel* krijgen *Euclides* toegezonden voor zover ze de wens daartoe te kennen geven en ƒ 5,00 per jaar storten op postrekening 87185 van de Penningmeester van Liwenagel te Amersfoort.

Indien geen opzegging heeft plaatsgehad en bij het aangaan van het abonnement niets naders is bepaald omtrent de termijn, wordt aangenomen, dat men het abonnement continueert.

Boeken ter bespreking en aankondiging aan Dr. W. A. M. Burgers te Wassenaar.

Artikelen ter opname aan Dr. Joh. H. Wansink te Arnhem.

Opgaven voor de „kalender" in het volgend nummer binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer in te zenden aan A. M. Koldijk, Jan Huitzingstraat 43 te Hoogezand.

Aan de schrijvers van artikelen worden gratis 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt; voor meer afdrukken overlegge men met de uitgever.

DE SCHILDERSPERSPECTIEF

door

Dr. G. TEN DOESSCHATE
Utrecht

Schilders, die natuurgetrouwheid als een belangrijk element in de kunst beschouwden, en architecten, die door een schets een juiste voorstelling van hun toekomstige werk wilden geven, hebben in de loop der eeuwen van verschillende systemen gebruik gemaakt om hun doel te bereiken.

Dit streven, waarbij later theoretici steun verleenden, heeft ertoe geleid dat men een systeem vond, dat centrale perspectief of schildersperspectief heet.

Deze tekenwijze heeft niet alleen de aandacht getrokken van kunstenaars maar ook van mathematici, physiologen, psychologen, kunsthistorici e.a.

Daar zij, die tot deze verschillende categorieën behoren, de problemen langs verschillende wegen benaderen, blijven er steeds verschillen van mening over dit onderwerp bestaan.

Nooit zal een bepaald systeem algemeen bevredigend kunnen zijn, daar het niet mogelijk is, dat een tekening met haar twee dimensies in alle opzichten met een drie-dimensioneel voorwerp zal overeenstemmen. Daarom zal men aan die constructie de voorkeur moeten geven, die in de praktijk het minst verschil tussen object en zijn afbeelding doet waarnemen.

Aan de bespreking der verschillende tekenwijzen gaat hier een korte beschouwing over de grondslagen der schildersperspectief vooraf.

Het netvlies is in wezen een mozaïek, dat bestaat uit honderdduizenden van elementen, die elk door een zenuwbaan zijn verbonden met een omschreven gebied van de hersenschors. Eenvoudigheidshalve kan men zich voorstellen, dat het mozaïek in de hersenschors ruimtelijk op dezelfde wijze is gerangschikt als het mozaïek op het netvlies. Sterk verlichte plekken in het netvliesmozaïek zullen corresponderen met sterk geprikkelde plaatsen in het mozaïek in de hersenschors en zwak verlichte plaatsen op het netvlies staan in verbinding met zwak geprikkelde punten in de hersenschors. De prikkelingstoestand van het volledige hersenmozaïek correspondeert in ons bewustzijn met een visuele waarneming van de buitenwereld, die ruimtelijk vrijwel identiek is met het oorspronkelijke

beeld op het netvlies. Elk individueel geprikkeld *element* van het netvlies correspondeert met een individuele *richting* in de waargenomen wereld. Men zegt, dat elk element van het netvlies zijn individueel „lokaal-teken" (Lotze) heeft. Wij krijgen door het netvliesbeeld slechts informatie omtrent de *richtingen*, waarin voorwerppunten zich bevinden. Het leert ons of een punt van een voorwerp zich boven, beneden, rechts of links bevindt, maar niet of een voorwerp zich verder van ons af of dichterbij bevindt. Men kan dit zo uitdrukken, dat het netvlies ons slechts twee-dimensionele informatie verschaft. Dit voert tot de merkwaardige consequentie, dat het mogelijk is de drie-dimensionele buitenwereld zó op een plat vlak af te beelden, dat men alleen met behulp van het gezicht niet in staat is verschil te bemerken tussen de ruimtelijke rangschikking van de voorwerppunten in de buitenwereld en de ruimtelijke rangschikking der beeldpunten in de vlakke tekening. Bij het construeren van een dergelijke afbeelding maakt men gebruik van de centrale perspectief.

In de 15de eeuw vergeleek Leonbatista Alberti het perspectivische tekenen met het natrekken van de omtrekken van een voorwerp, dat men met één oog, dat niet van plaats veranderde, door een glazen raam zag. De voorwerppunten A, B en C (fig. 6) en hun perspectieven (A', B', C') doen op het netvlies congruente beelden (a, b, c,) ontstaan.

Wat de ruimtelijke rangschikking betreft is ons netvlies en dus ons bewustzijn niet in staat te onderscheiden of men de punten A, B en C of hun perspectieven A', B', en C' waarneemt.

Bij de beoordeling van de praktische waarde van de verschillende systemen heeft men altijd veel waarde gehecht aan de wijze, waarop evenwijdige lijnen tot afbeelding geraken.

In een vroeg stadium der kunst heeft men evenwijdige lijnen der objecten door evenwijdige lijnen in de tekening aangeduid. Daarom is later herhaaldelijk gezegd, dat de centrale perspectief zich had ontwikkeld uit de parallel-perspectief. Men mag echter in de oude evenwijdige afbeeldingen geen constructie op wiskundige basis (met een voorstelling van een oneindig ver verwijderd projectie-centrum) zien. Veeleer moet men hier denken aan ideoplastische weergave. Men wist, dat de lijnen evenwijdig waren en duidde dit door parallelisme in de tekening aan.

Omstreeks 300 v. C. werden in Zuid-Italië een aantal vazen vervaardigd, waarop kleine tempeltjes („naïskoi") zijn geschilderd. Hier vindt men bij het afbeelden van de plafonds dikwijls een eigen-

aardige constructie in toepassing gebracht. Deze constructie is in haar latere ontwikkeling uitvoerig beschreven door G. J. Kern [1]), die er de naam „Teilungskonstruktion" aan heeft gegeven. Fig. 1 toont deze tekenwijze.

Fig. 1.



Volgens E. Panofsky [2]) is het waarschijnlijk, dat hier een verdubbeling van de primitieve parallel-perspectief heeft plaatsgevonden. Men heeft dit oorspronkelijke schema gewijzigd, waarschijnlijk omdat, het enige „onwaarschijnlijkheden" deed zien. Men ziet nl. in het dagelijkse leven nooit, zoals dit in fig. 1 (boven de zuilen) wel het geval is, evenwijdige dieptelijnen tot versmelting komen. Ook heeft men tussen de zijdelings gelegen lijnen wel enige convergentie waargenomen. In de tekening heeft men echter de convergentie in slechts geringe mate weergegeven en, — behoudens een enkele uitzondering —, het convergeren van alle evenwijdige dieptelijnen naar een gemeenschappelijk vluchtpunt wordt niet afgebeeld. In alle tekeningen, die met behulp van de oorspronkelijke Teilungskonstruktion of met een harer modificaties zijn vervaardigd, bleef altijd het centrum de plaats, waar de meeste onwaarschijnlijkheden te zien waren. Daarom heeft men waarschijnlijk dikwijls dit centrum aan het gezicht onttrokken door er het kapiteel van een zuiltje, een cartouche of iets anders te tekenen. Dergelijke maskeringsmiddelen heeft Panofsky treffend aangeduid met de term „das perspektivische Feigenblatt".

---

1) Die Anfänge der zentralperspektivischen Konstruktion in der italienischen Malerei des 14. Jahrhunderts; Mitt. d. kunsthist. Instituts in Florenz, Bd. 2, H. 2, Berlijn, 1913.

2) Schriftelijke mededeling (10,5, 1931): „Verdoppelung einer reinen Parallelperspektive, die ja sicher überall das erste gewesen ist . . .".

Schilderijen met een centraal punt, dat dezelfde functie heeft als het vluchtpunt in de kunst van latere eeuwen, zijn reeds in de klassieke Oudheid vervaardigd. [3]) In de 15de eeuw heeft men in Italië deze constructie opnieuw aanvaard of weder ontdekt. Het maakt de indruk, dat men zowel in de Oudheid als in de Renaissance slechts weifelend en aarzelend van een constructie met een vluchtpunt gebruik is gaan maken.

Fig. 2.



Miniatuur Codex 175 v. h. archief v. h. klooster Monte Cassino (geschreven tussen 915 en 935).

Ook zijn in de loop der eeuwen veel tekeningen ontstaan, waar de afbeeldingen van evenwijdige dieptelijnen naar de verte divergeren. Men noemt dit „omgekeerde perspectief" (fig. 2, zie voetbank). Naar aanleiding hiervan zijn wonderlijke verklaringen opgesteld. [4]). Oskar Wulff heeft gezegd, dat de schilders de perspectivische verschijnselen zó weergaven, als de op de schilderij afgebeelde hoofdpersonen deze waarnamen: „. . . drückt sozusagen die Gesichtsvorstellung der daran interessierten, mit dargestellten Hauptpersonen aus"; een andere kunsthistoricus gelooft hierin een aanduiding van een „Tessarakt" te zien. Men heeft zich dikwijls afgevraagd, waarom men pas zo laat gebruik is gaan maken van een tekening met een vluchtpunt. Sommige kunsthistorici geloven, dat dit een gevolg was van philosophische beschouwingen over de

---

[3]) Dit is aangetoond door de Leidse archaeoloog Prof. H. G. Beyen; Archäologischer Anzeiger, **1939**, 1/2, p. 49 vlg.

[4]) Kunstwissenschaftliche Beiträge A. Schmarsow gewidmet, Leipz. 1907.

ruimte, welke het niet toelieten een begrip van een op oneindige afstand gelegen punt te vormen.

Zij zien echter over het hoofd, dat men met behulp van enkele stellingen uit de Elementen van Euclides kan bewijzen, dat de perspectieven van evenwijdige lijnen naar één punt convergeren en dat men hierbij niet van de fictie van het oneindig verre punt gebruik behoeft te maken. [5]).

De eerste Italiaanse kunstenaar, die in de 15de eeuw een vluchtpuntsconstructie schilderde, was Masaccio [6]). Dit is geschied tussen 1420 en 1428. Enige jaren later beschrijft Leonbatista Alberti (1435) enige methoden om perspectivische afbeeldingen te tekenen[7]). Waarschijnlijk heeft deze kunstenaar-schrijver de Optica van Euclides[8]) en het polaire projectie-systeem van Ptolemaeus[9]) gekend. Alberti maakt gebruik van de reeds genoemde onderstelling, dat de schilder door een glazen plaat [10]) naar het onderwerp kijkt en dat het beeld als het ware een doorsnede is van de piramide der gezichtsstralen met het beeldvlak [11]).

Alberti beschrijft ook een eenvoudige constructie, die het mogelijk maakt van een betrekkelijk eenvoudige denkbeeldige situatie een centraal-perspectivische afbeelding te tekenen.

Na hem kwamen schilders en theoretici, die de perspectiefleer verder ontwikkelden en in 1600 verscheen een boek van Guido Ubaldo del Monte, [12]) waarin men regels kan vinden, die het mogelijk maken bijna elk gewenst geval in beeld te brengen. Hij is de oudste theoreticus, die een goed inzicht in het wezen van het vluchtpunt had.

Reeds vroeg heeft men in schilderijen, die volgens de nieuwe methode waren geconstrueerd, iets opgemerkt wat hinderlijk was, nl. de „randvertekening". Piero della Francesca[13]) verdedigt

---

[5]) Waarschijnlijk heeft ook een eigenaardigheid der waarneming een remmende invloed op het toepassen van een verdwijnpunt uitgeoefend. vgl. G. ten Doesschate, „The perception of parallels", Ophthalmologica, 131, 1956, p. 61 en Aeromedica Acta, IV, 1955, p. 115.

[6]) G. J. Kern, Das Dreifältigkeitsfresko von S. Maria Novella; Jahrb. d. kgl. preuss. Kunstsammlungen, 1913.

[7]) Della Pittura e della Statua; Milaan, 1804.

[8]) Euclidis Optica, ed. I. L. Heiberg, Leipz. 1895; vooral het bewijs bij de 10de stelling.

[9]) Planisphaerium, Opera astron. minora, ed. Heiberg, Leipz. 1907, p. 227.

[10]) „. . . quasi che di vetro . . ." p. 20.

[11]) „. . . un certo taglio della piramide . . ." p. 21.

[12]) Guidi Ubaldi . . . Perspectivae libri sex, 1600.

[13]) Petrus Pictor Burgensis, „De prospettiva pingendi"; ed. C. Winterberg, Straatsburg, 1899, § 30.

zijn systeem al door erop te wijzen, dat de vertekening niet een gevolg is van een fout in de tekening, maar veroorzaakt wordt door de keuze van een verkeerd aanschouwingspunt.

De randvertekeningen worden vooral hinderlijk, wanneer de schilder van een distantie gebruikt maakt, die betrekkelijk klein is vergeleken met de grootste afmeting van de schilderij. Daarom ried men reeds vroeg aan kleine distanties te vermijden [14]). Ook heeft men op een andere manier geprobeerd het hinderlijke effect te neutraliseren. [15]).

Fig. 3.



[14]) Leonardo da Vinci geeft de raad de verhouding van distantie tot afmeting van schilderij te kiezen als 2 (of 3) : 1; Desargues en Bosse 2 : 1; Serlio en Vignola 1,5 : 1.

[15]) Raphael's „School van Athene" (Camera della Segnatura, Vaticaan) heeft een kleine distantie bij het afbeelden van de architectonische achtergrond. De menselijke figuren op de voorgrond hebben ieder een eigen centrum, dat ligt op de loodlijn die de figuur met het tekenvlak verbindt. Het schijnt dat men de randvertekeningen bij het afbeelden van mensen hinderlijker vindt dan bij het tekenen van bouwkundige onderwerpen. Talrijke schilders van kerkinterieurs maakten dan ook gebruik van kleine distanties (Cat. Centr. Museum Utrecht, nos. 239, 1346, 114).

Terwijl in de schilderkunst randvertekeningen als een storend element worden beschouwd, heeft men ook wel eens het vervaardigen van anamorphosen beoefend als een tak van „le jeu savant" [16].

Een typische deformatie is te zien op een schilderij van Hans Holbein de Jonge (fig. 3) [17]. Het wonderlijke en schijnbaar zinloze object op de voorgrond blijkt, wanneer men het juiste aanschouwingspunt heeft gevonden een menselijke schedel te zijn*). Prof. W. Vogelsang deelde mij mede, dat dit misschien wel als signatuur („Hohl-Bein") beschouwd moest worden.

Een ander bezwaar tegen de centraal-perspectivische constructie, dat men al vroeg heeft geopperd, staat in verband met de vraag of de schilder de natuur zó moet afbeelden, als hij deze waarneemt.

Dikwijls heeft men nl. bezwaar gemaakt tegen de evenwijdige perspectieven van evenwijdige lijnen, die evenwijdig met het beeldvlak zijn. Ik heb eens een vermaard kunsthistoricus horen beweren, dat schilders op inconsequente manier te werk gaan, omdat zij de perspectief wel gebruiken bij het afbeelden van dieptelijnen, maar niet bij het weergeven van evenwijdige lijnen in het frontale vlak.

Schickhardt, een professor in de Oosterse talen en de wiskunde in Tübingen, publiceerde in 1626 een boekje met de titel „Liechtkugel". Hierin beweert hij, dat de schilders niet volgens de natuur tekenen. Het volgende voorbeeld moge dit toelichten.

Wanneer men tegenover een breed gebouw staat, ziet men de daklijn zowel naar rechts als naar links dalen en de grondlijn beiderzijds stijgen. Men neemt in de lijnen geen knik waar en men moet dus een kromme waarnemen: „Darumb ist es der Natur nit allerdings gemäsz, wenn der Mahler eine gerade wand auch gerad aufs Papyr reiszet. Das Nüszlein beiszet auf, Ihr, Künstler!".

Van welke aard zijn de lijnen, die men in dergelijke gevallen waarneemt? Men zou, om op deze vraag een antwoord te vinden, een vlakke gevel op het oppervlak van een bol kunnen projecteren, terwijl het middelpunt van de bol als perspectiefcentrum dienst doet, en daarna de projectie op een plat vlak overbrengen.

Indien de gevel zeer breed is, kan men, ter vereenvoudiging op een cilindermantel projecteren, terwijl het oog op de as en tevens in het

[16]) Simon Stevin beschrijft uitvoerig hoe men anamorphoses kan tekenen (Les oeuvres mathématiques, Parijs, 1634, Vol. V, p. 550); evenzo Montucla, Histoire des Mathématiques, Parijs, 1758.

[17]) „The Ambassadors", Nat. Gallery, London, no. 1314.

*) Men ziet de schedel als men één oog aan de rechterzijde van de afbeelding bijna in het vlak van tekening brengt ongeveer op de hoogte van de bovenrand van de afbeelding en 1½ maal de breedte van de foto van de rechterrand verwijderd.

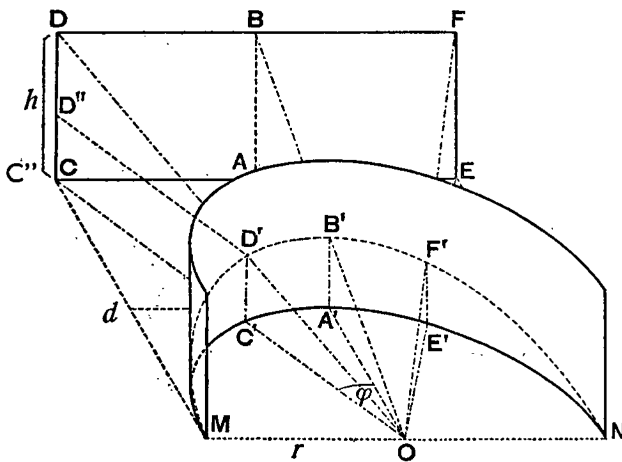
grondvlak ligt (fig. 4). Dr. D. J. E. Schrek was zo vriendelijk dit vraagstuk voor mij op te lossen, waarvoor ik hem zeer dankbaar ben.

Kiezen we A' als oorsprong en nemen we als coördinaten van D' $x = bg$ A'C' en $y =$ C'D' dan is (wanneer A' als punt van oorsprong fungeert:)

$$y = \frac{r \cdot h}{d} \cdot \cos \frac{x}{r}.$$

Wanneer $r = d = 1$ en A' dus met A samenvalt, krijgt men: $y = h \cdot \cos x$.

Fig. 4.



Wanneer men het cilindervlak op een plat vlak afwikkelt krijgt men een „gekrompen" afbeelding. Dit kan niet de kromme zijn, die men zoekt. Om deze te verkrijgen zou men de op het cilindervlak getekende perspectiefpunten in radiaire richting naar het platte vlak moeten overbrengen (b.v. C'D' naar CD'', etc.) In dat geval wordt de abscis de lengte van de tangens van de hoek AOC''.

$$x = \text{AC}'' \text{ en dus } y^2 = \frac{h^2}{x^2 + 1} \text{ of } y = + \frac{h}{\sqrt{(x^2 + 1)}}.$$

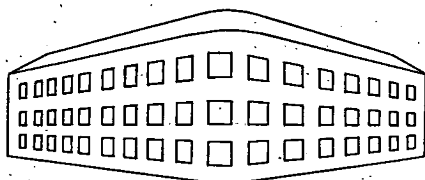
Dit is een kromme van de 4de graad; de lijn voldoet aan de eis, dat zij symmetrisch is ten opzichte van de y-as. Voor $x = 0$ is $y = h$; wanneer x toeneemt, neemt y af en $\lim y = 0$ (voor $x \rightarrow y$) [18]. Indien men in de schilderkunst van dergelijke lijnen gebruik ging maken, zou het publiek eraan moeten wennen, dat iets, wat de

[18]) Volgens A. Niklitschek is het een hyperbool (De Tovertuin der Wiskunde, Nederl. vert. J. C. Alders, p. 186).

indruk maakt van een hoekhuis met een afgeronde hoek (fig. 5), de afbeelding is van een platte gevel [19]). De evenwijdige afbeelding in de constructie is niet foutief. Een oog, dat zich tegenover het midden van de schilderij bevindt, is verder van de randen dan van het centrum der schilderij verwijderd en neemt dus de perspectivische verkleining der gezichtshoeken ook in de tekening waar [20]).

Poudra gelooft, dat het misschien de invloed van Brook Taylor is geweest, die veroorzaakte, dat Gian Francesco Costa gebruik ging maken van een gekromd projectievlak [21]).

Fig. 5.



Later is dit gekromde vlak weer geïntroduceerd door Guido Hauck [22]). Deze schrijver heeft de volgende bezwaren tegen de gewone centrale perspectief: 1. dat men, om een goede indruk te krijgen het oog in een bepaald punt moet plaatsen; 2. de randvertekeningen.

Hauck heeft een meesterwerk, dat enige jaren vroeger was verschenen, grondig bestudeerd [23]).

De schijnbare kromming van rechte lijnen, die in verband staat met afname der gezichtshoeken, werd reeds vermeld. Helmholtz

---

19) Wel heeft men, vermoedelijk op aesthetische gronden, rechte lijnen als kromme afgebeeld, b.v. Robert Delaunay's „S. Séverin".

20) Poudra (Hist. d.l. Perspective ancienne et moderne, Parijs, 1864, p. 517) zegt reeds, wanneer hij de perspectief van Brook Taylor bespreekt: „. . . .il oublie que sur le tableau les distances des divers points de la perspective à l'œil ne sont pas les mêmes . . ."

21) Eléments de perspective suivant les principes de Brook Taylor . . . par le père François Jacquier, Rome, 1755.
Elementi di Prospettiva exposita da Gian Francesco Costa, in Veneziano, 1747. Dit boek heb ik niet in handen kunnen krijgen. Poudra zegt er over (l.c.p. 500): „Cet ouvrage est curieux par les erreurs qu'il renferme".

22) Die subjektive Perspektive und die horizontalen Curvaturen des dorischen Styls (Stuttgart, 1879) von Guido Hauck, Professor der deskript. Geometrie . . . a.d. K.Techn. Hochschule zu Berlin.

23) Hermann von Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik. De eerste druk verscheen 1856—1866.

bespreekt de schijnbare kromming, die in verband staat met de distributie der lokaaltekens op het netvlies en de kromming, die berust op bij blikveranderingen geschiedende rotaties van de oogbol om de lengte-as.

Hauck is ook van mening, dat schilders de wereld moeten afbeelden, zoals zij die waarnemen, en dat dus ook de schijnbare krommingen moeten worden aangeduid. Hij stelt de „collineaire" centrale perspectief tegenover zijn eigen „conforme" systeem.

Zelfs, indien Hauck gelijk had, zou er reeds dadelijk een moeilijkheid rijzen.

Het blijkt nl., dat niet alle mensen de krommingen op dezelfde manier waarnemen. Hauck heeft dit reeds geconstateerd en is „erstaunt über die große Verschiedenheit". Sommige mensen nemen de curvaturen in het geheel niet waar; zij zijn „collineair inficirt". Dikwijls is dit het geval met mathematici, die Hauck stelt tegenover „Naturmenschen", waaronder hij „Frauen, Künstler und Kunstgelehrte" rekent.

In ieder geval zouden de krommingen, zoals een bepaalde schilder deze aanduidde, slechts weinig mensen geheel kunnen bevredigen. Hauck projecteert op cirkelbogen waarvan het middelpunt van kromming het perspectiefcentrum is. De projecties worden „rectificirt" op het tekenvlak overgebracht, maar daarvoor komt randverkleining in de plaats. De tekening krimpt meer en meer van het centrum naar de peripherie. Van horizontale en verticale lijnen krijgt men (met uitzondering van het centrale kruis) gekromde afbeeldingen. Nu is Hauck niet consequent. Hij tekent horizontale lijnen wel gebogen maar verticale lijnen recht. Dit laatste geschiedt in verband met „das Vertikalitätsbewusztsein, das uns viel bedingter beherrscht als das allgemeine Collinearitätsbewusztsein".

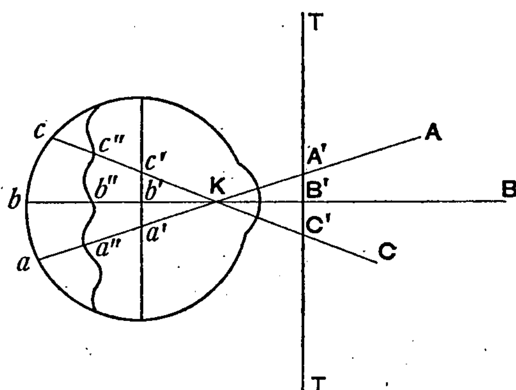
Om de voortreffelijkheid van zijn systeem aan te tonen, geeft Hauck twee afbeeldingen van eenzelfde onderwerp. De ene is centraal-perspectivisch, de andere volgens Hauck's methode vervaardigd. In het centraal-perspectivische beeld is een constructiefout, waardoor een pilaster de indruk maakt buiten het gelid te staan. Ondanks deze fout en een geprononceerde randvertekening maakt toch de centraal-perspectivische afbeelding op mij een meer aanvaardbare indruk. Wanneer men volgens Hauck's systeem een hoog gebouw afbeeldt, zijn de afbeeldingen van de bovenste verdiepingen relatief in de verticale richtingen verkort ten opzichte van de breedte-afmetingen. Er zijn weinig schilders geweest, die deze tekenwijze in toepassing hebben gebracht.

Alvorens de latere systemen met gebogen projectievlakken te

bespreken, schijnt het nodig hier iets over een ander punt van meningsverschil te spreken. Het is mij niet bekend, wie het eerst de holle vorm van het netvlies in verband met de schildersperspectief heeft gebracht.

G. Wolff [24]) schrijft: „. . . wenngleich ja das Bild im Auge nicht auf einer ebenen sondern auf einer konkaven Fläche der konkaven Netzhaut entworfen wird, wovon im Folgenden abgesehen werde — so müssen auch bis zu einem gewissen Grade für die Malerei die Gesetze . . . der Linearperspektive Geltung haben."

Fig. 6.



Onder de bezwaren, die Panofsky tegen de toepassing van de centraalperspectief oppert, noemt hij ook het volgende: „. . . sie geht . . . an dem sehr wichtigen Umstand vorbei, daß dieses Netzhautbild, — ganz abgesehen von seiner psychologischen Ausdeutung, und abgesehen auch von der Tatsache der Blickbewegung, — schon seinerseits die Formen nicht auf eine *ebene*, sondern auf eine konkav gekrümmte Fläche projiziert zeigt, womit bereits in dieser untersten, noch vor-psychologischen Tatsachenschicht eine grundsätzliche Diskrepanz zwischen der „Wirklichkeit" und der Konstruktion (und selbstverständlich auch der dieser letzteren ganz analogen Wirkungsweise des Photographie-Apparates) gegeben ist". [25]).

Maakt het feit, dat het netvlies hol is, de centrale perspectief onbruikbaar? De juiste indruk, die tekeningen kunnen maken, berust, zoals reeds werd gezegd, op congruentie van beelden. In fig. 6 ziet men, dat zowel het holle netvlies, het platte netvlies en het gegolfde netvlies van A, B, C, en de bijbehorende perspectiefpunten A', B', C' congruente beelden ontvangen. Zelfs zou de congruentie

[24]) Mathematik und Malerei, 1916, p. 5 (Mathem. Bibliothek 20—21).
[25]) L.c.p. 261.

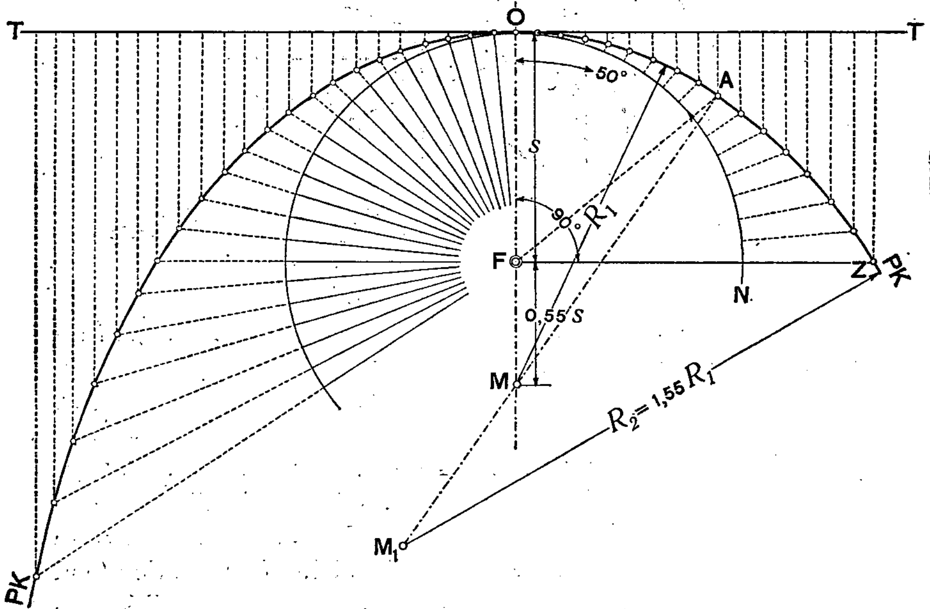
blijven bestaan, wanneer in het netvliesbeeld de volgorde der punten een andere was dan in het voorwerp en zijn perspectief.

Helmholtz heeft reeds gezegd: [26]) „Auch halte ich für mein Theil für wahrscheinlich, daß es ganz gleichgültig für das Sehen ist, welche Gestalt, Form und Lage die wirkliche Netzhaut hat, welche Verzerrungen das Bild auf ihr erleidet, wenn es nur überall scharf ausgeprägt ist, und weder die Form der Netzhaut noch die des Bildes im Laufe der Zeit sich merklich verändert. Im natürlichen Bewusztsein des Sehenden existiert die Netzhaut gar nicht."

Iemand, die wel geloofde aan de invloed van het holle netvlies was F. Stark [27]), die van zijn eigen systeem schreef, dat de perspectief „endlich den Hauptzweck ihrer Bestimmung erfüllt "(!).

Terwijl Hauck blijk gaf een grondige studie van de physiologische

Fig. 7.



Optica te hebben gemaakt, is dit met Stark niet het geval, zodat hij wel eens vreemde dingen zegt: „Wäre das Auge würfelförmig, so wären naturgemäß die bisherigen zeichnerischen Systeme für die Perspektive diesem Auge entsprechend, konstruiertes und natürliches Sehbild würden sich decken. Wie im gesamten Kosmos, so zeigt sich auch hier die Kugelform als die wirklich optimale. Und

[26]) L.c. III, p. 139.
[27]) Netzhautbild-Perspektive, Neuss, 1928.

hieraus allein läszt sich schon die Behauptung herleiten, daß es unmöglich ist, eine wahre zeichnerische Perspektive ohne Anwendung einer Kurve herzustellen".

Figuur 7 geeft een schematische indruk van het systeem van Stark. Het projectiecentrum ligt in F. Het gebogen projectievlak heeft tussen 0° en 50° als krommingsmiddelpunt M (OM = 1,55 OF) en wanneer de excentriciteit 50° overschrijdt, wordt M_1 middelpunt van kromming ($AM_1 = 1{,}55$ OM). De gevonden projectiepunten worden van de kromme PK'O'PK overgebracht door loodrechte projectie op het tekenvlak TT. Hierbij worden randvertekeningen grotendeels vermeden. Ook hier krijgt men krommen als afbeeldingen van rechte lijnen. De schrijver zegt: „Wir sehen hier das wissenschaftlich-exakte Netzhautbild nach unserem Verfahren . . ." Men zou dus denken, dat nu het doel is bereikt, maar „(wir sehen) daß diese Form der Darstellung praktisch nicht anwendbar ist, wir das Sehbild der Sehwahrnehmung angleichen müssen".

Volgens Stark zou zijn constructie precies overeenkomen met de wijze, waarop het beeld op het netvlies ontstaat. Hier ligt echter het perspectiefcentrum F dichter bij O dan M of M_1. In het oog echter ligt, wanneer het oog stilstaat, het perspectiefcentrum vóór het middelpunt van welving van het netvlies, of, wanneer het oog beweegt, ligt het perspectiefcentrum nagenoeg in het draaipunt van het oog [28]).

Hauck houdt rekening met de schijnbare krommingen, die hij waarneemt. Stark neemt echter de krommingen niet waar en gaat daarom de kromme lijnen, die zijn constructie oplevert, rectificeren [29]) Van het „ware" netvliesbeeld blijft weinig over. De resul-

---

[28]) Helmholtz l.c.I., p. 110: „Wenn man sagt, daß Objekte die unter gleichem Gesichtswinkel erscheinen, gleiche scheinbare Größe haben, so muß man den Scheitel des Gesichtswinkels in den Kreuzungspunkt der Visierlinien legen. Gewöhnlich hat man ihn aber in den Kreuzungspunkt der Richtungslinien (den ersten Knotenpunkt) verlegt, und wenn es sich um Fälle handelt, wo die beiden gesehenen Punkte nacheinander direkt gesehen werden, würde man ihn in den Drehpunkt des Augapfels legen müssen".
A. v. Tschermak-Seysenegg (Einf. i. d. physiol. Optik, Wenen, 1947, p. 6): „ . . . da das schematische Perspektivitätszentrum der Bildlage und der Mittelpunkt der Krümmung der Auffangfläche voneinander abweichen, indem der innere Bulbusradius erheblich kleiner ist als die hintere Knotenpunktweite". (r = 10,87 mm; K = 15,61 mm).

[29]) „Obwohl wir alle Geraden im Raum als gerade Linien wahrnehmen, infolge einer automatischen Bewusztseinsfunktion, verlaufen dieselben aber . . . im wahren Sehbild mehr oder weniger gekrümmt". Het beeld dat men met de constructie verkrijgt is „das wissenschaftliche aber praktisch unbrauchbare Bild".

taten van deze constructie maken op mij geen indruk van natuurgetrouwheid. Alle figuren vertonen iets bouwvalligs.

Toch heeft een Delfts ingenieur dit systeem aanbevolen.

De bewerking is veel omslachtiger dan de gewone perspectivische constructie. Stark vindt echter, dat hij „das praktisch wahre Sehbild des Objektes" tekent en dat „in einfachster Form "(!).

Later komt weer iemand het gebogen projectievlak aanbevelen. Prof. F. La Grassa [30]) is ook van mening, dat men de schijnbare krommingen in beeld moet brengen. Deze schijnbare curvaturen berusten op „effettottica" en zijn systeem noemt hij „Prospettottica".

Het lijkt mij overbodig over deze methode veel te zeggen. Een enkel voorbeeld is voldoende om een oordeel over de waarde ervan te vormen. Fig. 8a toont de platte grond van een halfcirkelvormig opgestelde rij pilasters, die, met V als perspectief-centrum op een bol worden geprojecteerd (V is centrum van de bol). Fig. 8b toont het resultaat van de constructie. Het lijkt mij niet waarschijnlijk, dat een onbevangen beschouwer hiervan de indruk van een halfcirkelvormig pilasterfront zal krijgen. De perspectief van een plat vlak, volgens deze methode vervaardigd, schijnt de bol te zijn.

Men zou bij de tekeningen een aanwijzing gevoegd willen zien: „Wanneer de tekening een indruk van vlakheid wekt, is het de afbeelding van iets hols; wanneer men aan bolheid zou willen denken, is vlakheid bedoeld". De schrijver zelf vindt, dat object en afbeelding „absoluut identiek" zijn [31]).

Twee bekende landgenoten van La Grassa hebben de methode ter navolging aanbevolen, maar een andere Italiaan heeft een vernietigende kritiek op het systeem geleverd [32]).

Panofsky spreekt herhaaldelijk over das „Winkelaxiom" [33]), waarmede hij de 8ste stelling in de Optica van Euclides bedoelt [34]). Hierin wordt bewezen, dat van twee evenwijdige afmetingen van

---

[30]) Giornale del Genio Civile, Vol. 85, 1947, p. 350 vlg.

[31]) p. 359: „Se infine abbiamo notato in „effettottica" che un portico circolare concentrico al punto di Vista V ha le sue colonne o pilatri uguali in altezza e in grossezza e li nota tutti equidistanti fra loro formanti angoli retti con le linee di coronamento delle trabezione e con gli scalini, così debbono essere in „prospettottica" per reprodurre *l'identità assoluta*".

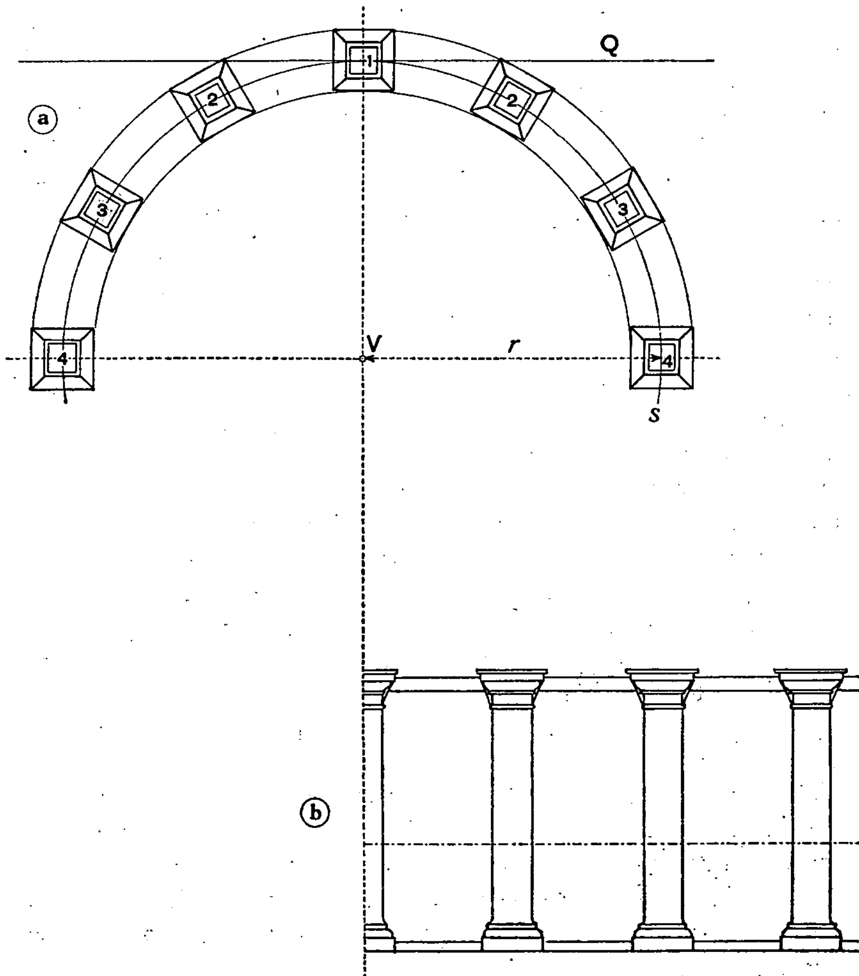
[32]) Prof. Giov. Giorgi, Acta della Pontificia Academia Scientiarum, Vol X, no. 23, 1947; Prof. Giov. Boaga, La ricerca scientifica, 1948, no. 1/2.
M. Zanetti schrijft in zijn afkeurende beoordeling: „. . .se tratta di simboli fabbricati con metodi arbitrari, che nulla hanno a che vedere con la Scienzia nè con l'Arte." (L'ingegnere, Sett. 1951, p. 945 vlg.)

[33]) l.c. p. 270

[34]) l.c. p. 2.

gelijke lengte die zich op ongelijke afstanden van het oog bevinden de grootten der gezichtshoeken niet omgekeerd evenredig zijn met de corresponderende afstanden van het oog. Panofsky schrijft: „. . . warum hat nicht schon sie (die antike Welt) den scheinbar so kleinen Schritt getan, die Sehpyramide *plan* zu durchschneiden und dadurch zu einer wahrhaft und systematischen Raumkonstruktion vorzudringen? Gewisz, das konnte nicht geschehen, so lange das Winkelaxiom der Theoretiker in Geltung stand". Dit werd geschreven, voordat Beyen had medegedeeld, dat er in de Oudheid wel tekeningen met een vluchtpunt waren vervaardigd. De stelling van Euclides is onweerlegbaar. Maar bij het afbeelden moet men reke-

Fig. 8.



ning houden niet met de hoeken zelf maar met tangentiale afmetingen en zo zijn de lengten der perspectieven wel omgekeerd evenredig met de afstanden.

Het feit, dat er telkens nieuwe constructies worden aanbevolen, leert ons, dat men geen systeem heeft, dat algemeen bevredigt. Aan welke constructie moet nu de schilder, die natuurgetrouwheid belangrijk vindt, de voorkeur geven? Men denkt hier aan verschillende kwaden, waarvan men het minst erge moet kiezen.

Er wordt wel eens beweerd, dat de centrale perspectief *a priori* het systeem der keuze moet zijn, omdat de manier, waarop in ons oog beelden ontstaan, overeenkomt met de centraal-perspectief.

Van uit het standpunt der theorie bezien, is dit niet geheel juist. Tschermak [34]) wijst er op, dat men voor centrale en voor perifere afbeelding niet met één zelfde knooppunt kan volstaan, maar dat er, naarmate een punt meer perifeer ligt, van „Regression des wirksamen Perspektivitätszentrums" sprake is. Ofschoon dus de beeldvorming in het oog *gelijkt* op centraal-perspectivische afbeelding, is daarom de centrale perspectief toch niet *a priori* het systeem der keuze. Zo moet men overwegen aan het gebruik van welk systeem de minste bezwaren zijn verbonden. Helmholtz [35]) schreef: „Es kann ein Zeichensystem mehr oder weniger zweckmässig sein; danach wird es leichter oder weniger leicht anzuwenden, genauer in der Bezeichnung oder ungenauer sein ... aber übrigens wird sich jedes mehr oder weniger gut der Sache anbequemen lassen ...".

Met de centrale perspectief kan men iets bereiken, wat met de andere genoemde systemen niet mogelijk is, nl. een volkomen natuurgetrouwe indruk van de ruimtelijke verhoudingen van het onderwerp. Wil men echter deze impressie krijgen, dat moet de tekening, zoals reeds werd gezegd, met één in het perspectiefcentrum geplaatst oog worden bezien. Men bekijkt echter schilderijen niet op deze manier en zo behoeft men om deze reden aan het systeem niet de voorkeur te geven. Men zou dus kunnen zeggen, dat het systeem beter is, dan wij verdienen. Men zou elk systeem kunnen gebruiken. Schilderijen zijn groepen van symbolen, die men moet leren verstaan. Men kan de verschillende systemen beschouwen als verschillende talen, die men moet leren kennen en „lezen". Het is niet noodzakelijk, dat het een perspectivische taal is. Men kan door veelvuldig beschouwen van Oud-Aegyptische kunstwerken in reprodukties aan de a-perspectivische taal geheel gewend raken.

Toch is het in het algemeen gewenst, dat er één uniforme taal is. Dit kan iemand bemerken, die gewoon is centraal-perspectivische

[35]) l.c. III, p. 22.

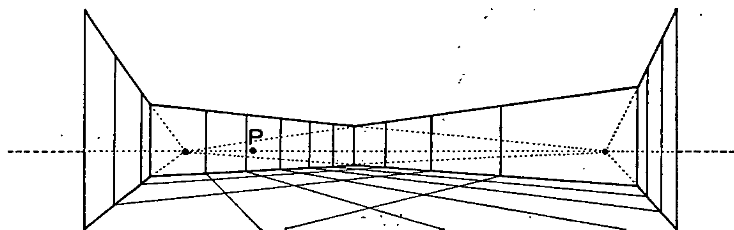
afbeeldingen te bekijken. Voor hem worden de axonometrische afbeeldingen in een aantal stereometrieboeken onregelmatige objecten. De tekening van een kubus maakt de indruk van een voorwerp, waarvan het achtervlak groter is dan het voorvlak.

Het volgende zou onze keuze op de centraal-perspectief kunnen doen vallen. Iedere dag krijgen wij perspectivische afbeeldingen voor ogen, nl. fotografieën. Zou men in de schilderkunst een ander systeem in toepassing gaan brengen, dan zou men een twee-talen-systeem scheppen.

Bovendien zijn centraal-perpectivische constructies eenvoudiger van uitvoering dan de constructies van Hauck, Stark en La Grassa.

Het zou als heiligschennis worden beschouwd, wanneer men in musea aanwijzingen ging geven over de ligging van de centra der perspectief op de verschillende schilderijen.

Fig. 9.



Maar architecten, die hun ontwerpen niet in de eerste plaats beschouwen als kunstwerken, maar als hulpmiddelen, die een voorlopige indruk moeten helpen ontstaan, zouden een aanduiding kunnen geven over de juiste ligging van het aanschouwingspunt. Men zou dan het hinderlijke effect der randvertekening kunnen vermijden en van grote openingshoeken gebruik maken.

Een voorbeeld toont het schetsje (fig 9), dat Architect G. Rietveld zo vriendelijk was voor mij te tekenen. Wanneer men deze tekening tienmaal vergroot en met één oog bekijkt van uit een punt, dat zich op ongeveer 40 cm van het papier in de in P opgerichte loodlijn bevindt, krijgt men een goede ruimtelijke indruk van de vier wanden van de binnenruimte.

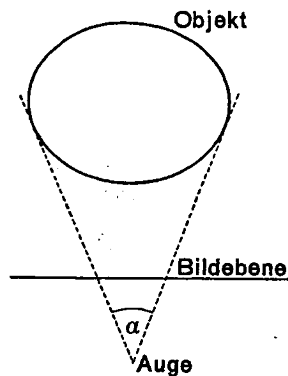
Ten slotte kan ik de nog niet gepubliceerde mening van Albert Einstein over dit onderwerp laten volgen [36]).

[36]) Dr. M. H. Pirenne (Oxford) veroorlooft mij, waarvoor ik hem dank zeg, een gedeelte van een brief over te nemen. Einstein schreef deze brief naar aanleiding van een artikel van Pirenne, dat in de British Journal for the Philosophy of Science was verschenen. Pirenne merkt hierbij op: „. . . it is intriguing to reflect that both Panofsky and Einstein worked in the same Institute".

„Die Frage betreffend der Perspektive im Zusammenhang mit der künstlerischen Darstellung erscheint mir doch noch problematisch. Die perspektivische Darstellung ist dem optischen Eindruck des Objektes genau entsprechend für eine bestimmte Lage des Auges gegenüber der Projektions-Ebene. (fig. 10). Wenn man das Bild allein betrachtet, aber von einem andern Zentrum aus, so erhält man Gesichtswahrnehmungen wie sie das Objekt nicht vermittelt. So wird es nahezu immer sein, wenn man ein gemaltes Bild betrachtet.

Es scheint nun so zu sein, daß diese Abweichung von dem Beschauer des Bildes leicht intuitiv kompensiert wird, wenn der die

Fig. 10.



Objekt-Begrenzung charakterisierende Winkel α klein ist, so daß alle Sehstrahlen die Platte nahezu senkrecht treffen. Wenn $\frac{\alpha}{2}$ z.B. 45° ist, dan wird das Bild verzerrt aussehen, wenn man es von einer Distanz betrachtet, die z.B. wesentlich größer ist als die Distanz des Projektions-Zentrums vom Bilde. Dann wird wohl die intuitive Kompensation versagen, sodaß das Bild verzerrt erscheint.

Es ist nicht leicht zu sagen, was für ein Kompromiss der Maler in solchem Falle am besten wählen soll.

Wahrscheinlich ist die Beschränkung auf hinreichend kleine α in Kombination mit der Zentralprojektion die einzig vernünftige Lösung".

UIT HET VERSLAG VAN DE COMMISSIE VOOR DE STAATS-EXAMENS H.B.S. A en B in 1959

WISKUNDE I

h.b.s.-B.

De commissie constateert, dat de prestaties der kandidaten in het algemeen, reden geven tot tevredenheid.

WISKUNDE II

h.b.s.-B.

Bij het mondeling onderzoek in de meetkunde bleken vele kandidaten de stellingen in de rechthoekige driehoek die betrekking hebben op de lengten van de lijnstukken, tijdens de behandeling van een stereometrisch vraagstuk, niet tot hun beschikking te hebben, hetgeen het verloop van de oplossing van het vraagstuk en van het examen ten zeerste stagneerde. Ook wordt bij dit soort vraagstukken te weinig van eenvoudige goniometrische formules gebruik gemaakt.

Een soortgelijke opmerking geldt voor de stellingen over de stukken van snijlijnen en raaklijnen bij cirkels en bollen.

Bij het tekenen van evenwijdige lijnen viel het op, dat zeer vele kandidaten dit niet met behulp van twee driehoeken (of liniaal en driehoek) konden uitvoeren („glijbaan-methode"). De correctie van het schriftelijk werk voor beschrijvende meetkunde werd dikwijls bemoeilijkt door slordige en onnauwkeurige constructie. Sommige kandidaten hielden zich zelfs niet aan de opgegeven maten, een gevolg van de omstandigheid dat zij op papier werkten met vierkantjes met zijden van 5 of 8 mm. Dit maakte de figuren onduidelijk.

Overigens blijken de opmerkingen gemaakt in het verslag van 1958 ongewijzigd van kracht.

WISKUNDE

h.b.s.-A.

Het schriftelijk werk is dit jaar beter gemaakt dan in vorige jaren. Zeer vele kandidaten, die geen vrijstelling voor het mondeling examen verkregen op grond van het cijfer voor het schriftelijk werk, bleken de wiskunde zeer slecht bestudeerd te hebben. Zelfs de begrippen congruentie en gelijkvormigheid waren de kandidaten veelal onbekend. De kennis omtrent de grafieken (rechte lijn en parabool) liet zeer veel te wensen over. Het tekenen van een punt met gegeven coördinaten was in vele gevallen een te moeilijke opgaaf. Vragen als $^{10}\log 100$ enz. leverden voor vele kandidaten onoverkomelijke struikelblokken.

MECHANICA

h.b.s.-B.

Het schriftelijk gedeelte van het examen is naar de indruk van de sub-commissie niet slechter gemaakt dan vorige jaren. Met deze althans ietwat optimistisch klinkende woorden moge het verslag beginnen. Maar moet, wat opgewektheid betreft, daarmede ook eindigen. Want het mondeling gedeelte leverde meestal een zeer schrale oogst. Telkens moest gebrek aan zeer elementaire kennis en vooral gebrek aan eenvoudig inzicht geconstateerd worden. Kennis: de definitie van wrijvingscoëfficiënt bijvoorbeeld, werd maar sporadisch onmiddellijk goed gegeven.

Inzicht: wrijving en normale reactie werden te weinig als componenten van de totale reactie gezien. Zo ook: goed werken met de arbeidswet was velen onmogelijk.

Van de helft der kandidaten die mondeling examen deden waren de prestaties bepaald onvoldoende, terwijl van de andere helft een groot gedeelte zwak was. De sub-commissie vroeg zich dan ook af of door vele kandidaten na het schriftelijk examen nog wel de nodige aandacht aan dit vak besteed was.

UIT HET VERSLAG VAN DE COMMISSIE VOOR DE STAATS-EXAMENS GYMNASIUM in 1959

WISKUNDE

Ten aanzien van de dit jaar afgenomen examens wil de subcommissie voor de wiskunde volstaan met te vermelden, dat het gemiddeld cijfer door de A-kandidaten behaald voor de stelkunde 4,9 (vorig jaar 4,7) en voor de meetkunde 4,6 (vorig jaar 4,8) was. Voor de B-kandidaten bedroegen deze cijfers voor de stelkunde 5,3 (5,2), voor de meetkunde 5,3 (5,7) en voor trigonometrie en de analytische meetkunde 5,3 (5,0).

Omdat de examens in de wiskunde met ingang van 1961 worden afgenomen in overeenstemming met het nieuwe leerplan, dat is vastgesteld in het K.B. van 30 augustus 1958, Stb. 431, acht de subcommissie het gewenst de consequenties hiervan t.a.v. het staatsexamen nader uiteen te zetten.

I. Het A-examen

Het examen wordt in twee gedeelten mondeling afgenomen.

Het *eerste gedeelte* omvat:

a. voor alle kandidaten: vierkantsvergelijkingen en kwadratische functies,

b. één der volgende onderwerpen naar keuze van de kandidaat:

1e. de overige in het bovengenoemde K.B. voorgeschreven stof voor de algebra in klasse I-IV, met uitzondering van de *logaritmen* en *de reeksen*,

2e. logaritmen, rekenkundige reeksen, meetkundige reeksen met een eindig aantal termen,

3e. de beginselen van de differentiaalrekening,

4e. hoofdstukken uit de geschiedenis van de wiskunde,

5e. de beginselen van de statistiek.

Het *tweede gedeelte* omvat:

planimetrie of stereometrie, naar *keuze* van de kandidaat.

TOELICHTING

Algebra

Geen vragen zullen worden gesteld over:

het herleiden van $\sqrt{(a \pm b\sqrt{c})}$ tot de som of het verschil van twee wortels,
het verdrijven van $\sqrt{(a \pm b\sqrt{c})}$ uit de noemer van een breuk,
het verdrijven van andere dan vierkantswortels uit de noemer van een breuk,
twee vierkantsvergelijkingen, die een wortel gemeen hebben,
de reststelling,
merkwaardige quotiënten,
complexe getallen.

De subcommissie acht het van belang enkele punten nog nader onder de aandacht van de kandidaten te brengen.

Vierkantsvergelijkingen.

Hoewel het op prijs gesteld wordt, dat een kandidaat in staat is een vierkantsvergelijking *zonder gebruik van een formule* op te lossen, is het toch noodzakelijk, dat de formule voor de wortels tot zijn parate kennis behoort.

Ingewikkelde vraagstukken over de symmetrische functies van de wortels (zoals $x_1^3 + x_2^3$) zullen niet worden opgegeven.

Kwadratische functies.

Men moet inzicht hebben in het verband tussen een functie en zijn grafiek. Om dit inzicht te verkrijgen is het van belang, dat men $f(a)$ voorstelt door een lijnstuk, dat in het punt $x = a$ loodrecht op de X-as wordt opgericht. Doet men dit, dan is het tekenen van een „Y-as" overbodig. Vaak blijkt, dat deze Y-as aanleiding is tot fouten, die de kandidaat niet zou kunnen maken, als hij geen Y-as getekend had. De subcommissie beveelt dan ook sterk aan bij het tekenen van grafieken de Y-as achterwege te laten. Ook het altijd voorstellen van een functie door „y" acht zij overbodig en soms, als meer dan één functie beschouwd wordt, zelfs verwarrend.

Met het toepassen van een formule voor het vinden van de uiterste waarde van een kwadratische functie *wordt geen genoegen* genomen. De kandidaat moet in staat zijn de uiterste waarde te vinden door een kwadraat af te splitsen. Het spreekt vanzelf, dat het oplossen van kwadratische ongelijkheden en het tekenen van de grafiek van een lineaire functie tot de stof behoort, die alle kandidaten moeten kennen.

Vergelijkingen.

Het is van belang, dat men begrijpt, dat de algemene eliminatiemethode de methode door middel van substitutie is en dat de methode door middel van optellen en aftrekken slechts in bijzondere gevallen kan worden toegepast.

Wortelvormen.

Men moet weten, dat $\sqrt{4} = 2$ en niet $\sqrt{4} = \pm 2$ is en dat $\sqrt{a^2} = |a|$ en niet $\sqrt{a^2} = a$. Men moet in staat zijn eenvoudige vierkantswortels, zoals $\sqrt{5}$ en $\sqrt{\frac{1}{2}}$ in één decimaal te benaderen.

Onder de *beginselen van de differentiaalrekening* wordt verstaan het limietbegrip, het begrip differentiaalquotiënt, het differentiëren van rationale functies en eenvoudige toepassingen daarvan. Het is noodzakelijk, dat de kandidaat niet alleen de techniek van het differentiëren beheerst, maar ook de betekenis van deze rekenwijze doorziet.

Bij het bestuderen van de *geschiedenis van de wiskunde* kan de kandidaat zich beperken tot de Egyptische en Babylonische wiskunde en de Griekse wiskunde t.e.m. Euclides, Elementen Boek I.

De stof voor het examen in de *beginselen van de statistiek* omvat de volgende onderwerpen: frequentieverdeling, histogram, gemiddelde, spreiding, permutaties en combinaties, kansrekening, kansverdeling, normale kromme en eventueel ook steekproeven.

Onder *planimetrie* wordt verstaan de in het nieuwe leerplan voorgeschreven stof voor de meetkunde in klasse I-IV.

Mogelijk ten overvloede zij hier nog vermeld, dat niet tot de examenstof behoren: de projectiestelling, formules voor hoogtelijnen, zwaartelijnen en bissectrices van een driehoek, de stelling van Stewart, de s-formule voor de oppervlakte van een driehoek, de formule $R = \frac{abc}{4O}$, de formule voor de straal van een aangeschreven

cirkel van een driehoek, de formule voor de afstand van een hoekpunt van een driehoek tot een raakpunt van de ingeschreven cirkel met een zijde, de stelling van Ptolemaeus, de eigenschappen van de raaklijnenvierhoek, formules betreffende regelmatige veelhoeken.

Wel behoren tot de stof de sinus- en de cosinusregel en de macht van een punt t.o.v. een cirkel.

Onder *stereometrie* wordt verstaan: ligging van punten, rechten en vlakken; hoeken; eenvoudige meetkundige plaatsen en constructies; bol; viervlak en kubus.

Het is noodzakelijk, dat de kandidaat in staat is een constructie in een stereometrische figuur uit te voeren en een lijnstuk of hoek in ware grootte te construeren. Men moet op de hoogte zijn van de eigenschappen van een orthocentrisch viervlak.

Uiteraard zal de kandidaat, die stereometrie gekozen heeft, enige kennis van de planimetrie moeten bezitten. Hem zullen echter geen specifiek planimetrische problemen voorgelegd worden.

II. Het B-examen

Het schriftelijke en het mondelinge examen bestaan beide uit drie delen:
a. algebra en differentiaal- en integraalrekening;
b. stereometrie;
c. goniometrie en analytische meetkunde.

In twee circulaires, van 7 oktober 1957 en van 1 juli 1959, heeft de inspectie een aantal aanwijzingen gegeven over de interpretatie van het programma voor het schriftelijk deel van het examen. Hieronder volgt een uittreksel uit deze circulaires.

a. Algebra en differentiaal- en integraalrekening

Geen vragen zullen worden gesteld over:
het herleiden van $\sqrt{(a \pm b\sqrt{c})}$ tot de som of het verschil van twee wortels,
het verdrijven van $\sqrt{(a \pm b\sqrt{c})}$ uit de noemer van een breuk,
het verdrijven van andere dan vierkantswortels uit de noemer van een breuk,
twee vierkantsvergelijkingen, die een wortel gemeen hebben,
de reststelling,
het oplossen van derde- en hogeregraads-vergelijkingen, waarvan een wortel gegeven of direct te zien is, merkwaardige quotiënten,
interpoleren in reeksen,
de harmonisch middelevenredige,
grafieken van andere gebroken functies dan $\dfrac{ax+b}{cx+d}$
complexe getallen,
bewijzen door middel van volledige inductie,
differentiëren en integreren van exponentiële en logaritmische functies,
buigpunten,
toepassingen van de differentiaal- en integraalrekening op het gebied van mechanica en natuurkunde (deze toepassingen kunnen wel op het examen natuurkunde gevraagd worden).

Opmerking:

In het leerplan worden de volgende functies genoemd:
lineaire functies, kwadratische functies, $\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $\sqrt{x}, a^x, {}^a\log x$.

Behalve deze functies kunnen ook gevraagd worden:
a. de moduli van deze functies,
b. eenvoudige combinaties, b.v. $\sqrt{(ax+b,)}\ {}^a\log(px^2+qx+r)$.

b. Stereometrie

Geen vragen zullen worden gesteld over:
ingeschreven bollen van andere lichamen dan viervlakken en rechte prisma's,
het netwerk van een prisma,
het afgeknotte prisma, de afgeknotte piramide, de afgeknotte kegel, formules voor de oppervlakte en de inhoud van boldelen,
uitslag van een cilinder en van een kegel,
de drievlakshoek.

Opmerking.

Gehandhaafd blijft: het netwerk van een viervlak.

Op het schriftelijke examen zullen tot nader aankondiging geen vragen over projectiemethoden gesteld worden. Wel kan gevraagd worden een stereometrische constructie te beschrijven en deze in een stereometrische figuur uit te voeren.

c. Goniometrie en analytische meetkunde

Geen vragen zullen worden gesteld over:
de termen secans en cosecans,
het herleiden van sin A + sin B + sin C tot een produkt, als A + B + C = 180°, en analoge herleidingen,
toegevoegde middellijnen,
toegevoegde hyperbolen,
orthoptische cirkel en voetpuntscirkel.

Opmerking.

Wel kan gevraagd worden over de afstand van een punt tot een lijn en over lijnen- en cirkelbundels.

Een nadere toelichting kan men vinden in het verslag van de inspectie, dat gepubliceerd is in Euclides 1959-60, nr. 1.

Ook ten aanzien van het mondeling examen zal de subcommissie zich houden aan bovengenoemde beperkingen.

Vrijstellingen.

B-kandidaten, die reeds het A-diploma bezitten, behoeven ook na 1960 geen examen af te leggen in stereometrie, ***indien zij bij het examen gymnasium A in dit vak zijn geëxamineerd.*** Hun worden echter niet meer, zoals tot nog toe gebruikelijk was, faciliteiten verleend met betrekking tot de algebra. Zij krijgen dus vanaf 1961 op het schriftelijke examen dezelfde algebra-opgaven als de overige B-kandidaten en worden op het mondelinge examen gevraagd over de gehele algebrastof.

Overgangsbepaling.

Op het schriftelijke examen in 1961 zullen kandidaten, die in 1959 en/of 1960 zonder goed gevolg het eindexamen of het staatsexamen gymnasium B hebben afgelegd, niet verplicht zijn vraagstukken over differentiaal- en integraalrekening te maken. In plaats daarvan zal hun de mogelijkheid geboden worden een extra algebra-opgave te maken. Deze kandidaten zullen ook op het mondeling examen niet over differentiaal- en integraalrekening worden gevraagd.

DIDACTISCHE REVUE

Praxis der Mathematik,

Monatsschrift der reinen und der angewandten Mathematik in Unterricht,

Herausgeber Dr. Georg Wolff;

Aulis Verlag, Deubner & Co, Köln.

Dit nieuwe tijdschrift, waarvan de eerste aflevering op 15 april 1959 verscheen, stelt zich uitdrukkelijk ten doel de leraar in de dagelijkse praktijk van zijn onderwijs tot stut en steun te zijn. In de eerste plaats door het opnemen van bondige, in begrijpelijke taal gestelde, met tal van voorbeelden toegelichte artikelen, die geacht mogen worden voor de leraar in functie van wetenschappelijke betekenis te zijn.

Kort, bondig, in begrijpelijke taal gesteld: de tijd die de docent voor het bijhouden van vakliteratuur en speciaalstudie kan vrijmaken, is maar beperkt; wat een tijdschrift als dit geeft, dient de lezer te animeren tot een verder doordringen in het behandelde.

Wetenschappelijk van karakter: het onloochenbare feit dat de kloof tussen wetenschap en school sinds de dagen van Felix Klein steeds breder is geworden, schept de plicht niets na te laten om toch de wetenschap van heden dichter bij de leraar van vandaag te brengen.

Om deze toenadering te bevorderen wordt afgezien van een scherpe scheiding van zuivere wiskunde en toegepaste wiskunde. „Wir streben aber eine glückliche Verbindung von reiner und angewandter Mathematik an, in der anschauliches Erkennen und Erfassen und abstrahierendes Ordnen und Denken Richtschnur sein wird".

In de tweede plaats worden series vraagstukken opgegeven — met oplossingen — uit de normale schoolvakken en erbuiten. We vinden opgaven over Zahlentheorie, Wahrscheinlichkeitslehre, Mathematik und Kunst, Vektoralgebra, Diadische Systeme, enz. Ook de Unterhaltungsmathematik komt tot zijn recht, waarbij enige malen naar de recreatie-hoek van Euclides wordt verwezen.

Tenslotte vindt men een afdeling „Mitteilungen und Berichte", waarin over organisatorische zaken in binnen- en buitenland wordt gerapporteerd.

We treffen in de eerste jaargang artikelen aan over het wiskundeonderwijs in Noorwegen (Kay Piene), in Oostenrijk (Fr. Prowaz-

nik), in India (Behari), in Frankrijk (Böhme), en over het „Staatliche Institut zur Erlangung der Hochschulreife in Oberhausen", toegankelijk voor begaafde personen van 18—25 jaar (Schick).

De redacteur G. Wolff verklaart in zijn inleidend woord uitdrukkelijk, dat het zijn bedoeling is te trachten met dit tijdschrift voor de wiskunde en de wiskundigen de sociale waardering te helpen verwerven die hen toekomt. „. . . auch jetzt befindet sich der Mathematikunterricht in der eigenartigen Situation, dasz nicht nur die Technik, sondern auch die Wirtschaft eine vertiefte und vermehrte Ausbildung der Jugend im mathematischen Wissen- nicht nur im Ausland, sondern auch in Deutschland — fordern. Wir weisen nachdrücklich auf die Bemühungen in den Ingenieur-Ausbildungen und in der Sorge um den mathematisch gut durchgebildeten Nachwuchs in der Wirtschaft hin. Der Zwiespalt zwischen der Rückläufigkeit des Stundenausmasses und den Forderungen des Tages ist nicht zu verkennen. Es gilt also, das Visier offen zu halten."

De redactie heeft zich de hulp van een 80-tal medewerkers weten te verzekeren. Hierbij zijn uit Nederland Prof. Dr. E. M. Bruins, Prof. Dr. H. Freudenthal en Dr. H. Mooy. Van de eerste vinden we in de eerste jaargang reeds de volgende artikelen:
Neuere Ergebnisse zu Babylonischen Arithmetik, Neuere Ergebnisse über Babylonische Algebra, en Neuere Ergebnisse zur Babylonischen Geometrie.

„Praxis der Mathematik" verschijnt elke maand. De abonnementsprijs is 18 DM per jaar.

Ter oriëntering van de lezers noemen we enige titels van artikelen uit de acht afleveringen van de eerste jaargang die we tot onze beschikking hebben.

Prof. Dr. Br. Schoeneberg,	Über die Behandlung der Zahlentheorie in der Oberstufe.
Dr. I. Paasche,	Über das inverse Verhältnis von e-Funktion und Logarithmus.
Prof. Dr. Fr. Reutter,	Affinität und Zentralkollination in der Darstellenden Geometrie.
R. Draaf,	Die Raketenflüge als Thema des Oberstufen-Unterrichts.
J. Groeneveld,	Einige physikalische Fragen in mathematischer Behandlung.
Dr. P. Gohlke,	Aristoteles und Eudoxos.
P. Knabe,	Mathematische Anschauung in der Entwicklungspsychologie Piagets.

Kl. Wigand,	Eine mathematische „Nacherzählung" als Klassenarbeit; Das Babylonische Zahlensystem im Unterricht; Linear Programming.
Prof. Dr. W. Ness,	Beispiel und Gegenbeispiel in der Mathematik.
H. Feldmann,	Unterrichtliche Behandlungen von Abbildungen am Beispiel der Inversion.
H. Zeitler,	Über „besondere" Punkte im Dreieck.
Dr. R. Draaf,	Der Vektor im Unterricht der Mittelstufe.
Dr. H. Benz,	Ein Weg zur Einführung in die Differentialrechnung.
Dr. A. Gloden,	Die Gleichungen der Hyperbelasymptoten.
E. G. Schiller,	Kostenrechnung und Gleichungslehre.
Dr. P. Gohlke,	Mathematische Physik bei Aristoteles.
Kl. Kursawe,	Die Lorentz-Transformation.
Prof. Dr. G. Frey,	Biologische Wachstumsfunktionen.
Dr. J. Saxler,	Vektoren in Zweitafelprojektion.
Prof. Dr. A. Vogel,	Praktische Berechnung von Wurzeln.

We kunnen redacteur en uitgever gelukwensen met dit zowel wat vorm als inhoud aangaat geslaagde tijdschrift dat in wezenlijke behoeften van de wiskunde-leraar voorziet en dat ook de belangstelling van de Nederlandse leraar verdient.

Joh. H. Wansink

BOEKBESPREKING

Dr. P. G. J. Vredenduin, *Goniometrie voor V.H. en M.O.* 2e druk, J. B. Wolters Groningen. 1959. ing. *f* 2.90; geb. *f* 3.50.

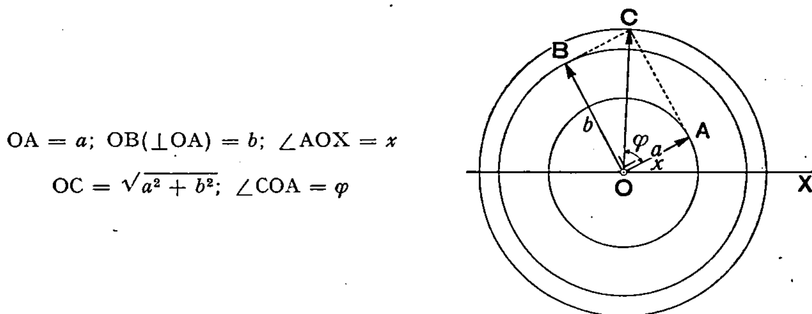
Dit boekje bevat als „inlegvel" op stevig papier, een opgave van de voornaamste formules en een tafel van de waarden van de goniometrische functies, waarbij het argument in z.g. radialen is uitgedrukt, met opklimming van $10^{-3}.\pi$ radiaal. Voor deze tafel zij verwezen naar het artikel van de schrijver in Euclides 34, III en naar het artikel van P. Wijdenes in Euclides, 34, IX.

De stof is die welke volgens het nieuwe programma op onze scholen moet worden behandeld. De wijze waarop dit gebeurt is zoals we van deze ervaren auteur mogen verwachten, duidelijk en overzichtelijk. Toch wil ik een paar opmerkingen maken. De behandeling van de grafieken van de functie sin x enz. bevredigt mij niet geheel. Met de opmerkingen die Wijdenes in het bovengenoemde artikel, pag. 282 en 283 maakt ben ik het in dit opzicht wel eens. De behandeling in § 48 van lim sin x/x vind ik enigszins gekunsteld. De traditionele behandeling met de vergelijking der oppervlakten van een cirkelsector met die van een daarin ingeschreven en omgeschreven driehoek verdient m.i. de voorkeur.

In veel mindere mate heb ik dit zelfde bezwaar tegen de behandeling van de functie $a \sin x + b \cos x$. Het inzicht in de gewone behandeling met het buiten haakjes halen van b.v. a en dan $b/a = \text{tg}\ \varphi$ had dan in de paragraaf over de harmonische trilling mooi verhelderd kunnen worden op de volgende wijze: $a \sin x + b \cos x$ is te beschouwen als de samenwerking van 2 harmonische trillingen, waarvan de 2e een fasehoek van $\pi/2$ op de 1e „voor" is. Uit de figuur is nu direct

te zien dat de resulterende trilling een amplitudo $= \sqrt{a^2 + b^2}$ heeft en een fase hoek φ met tg $\varphi = b/a$ op de 1e trilling „voor" is.

Tenslotte: op pag. 57 staat: „lichtgolven en elektro-magnetische golven zijn harmonisch". Beter zou zijn: lichtgolven en *andere* elektro-magnetische golven.



J. F. Hufferman

Prof. dr. H. A. Lauwerier, *Het Noordzeeprobleem.*

Rede, uitgesproken bij de aanvaarding van het ambt van bijzonder hoogleraar in de toegepaste wiskunde aan de Universiteit van Amsterdam. Van Gorcum & Comp. Assen 1960. Ing. *f* 1,50.

Deze goed leesbare oratie laat zien hoe het vraagstuk van de hoge waterstanden in de Noordzee aan de hand van een vereenvoudigd model wiskundig benaderd kan worden. Vanaf bladz. 14 wordt dit vraagstuk in het bijzonder behandeld en dit gedeelte is uitermate leesbaar en geeft een goed — uiteraard — globale-indruk van het probleem. Dit stuk is zeer geschikt om in een hogere klas van het V.H.M.O. gedurende een vervanguur of in een laatste les voor een vakantie behandeld te worden.

Aan de behandeling van het eigenlijke probleem gaat een uitvoerige (gezien de gehele omvang van het werkje) historische inleiding vooraf. Hierin heeft de auteur gelegenheid te wijzen op de rol, die het getal 7 bij de Sumeriërs gespeeld heeft en hij oppert de veronderstelling dat het getal 7 deze belangrijke plaats gekregen heeft omdat het het eerste priemgetal is dat niet deelbaar is op 60, de grote eenheid van hun talstelsel (pag. 7). M.i. is dit een veronderstelling die niet past in het gedachtenklimaat van de Sumerische oudheid.

Is niet $7 = 4 + 3$, d.w.z. 7 = het getal van de aarde + het getal van de hemel m.a.w. 7 = het gehele heelal, het volkomene? (Zie Benzinger, Hebräische Archäologie, dritte Auflage, pag. 165 vlg).

Verder verdeelt de schrijver de wetenschappelijke bestudering van natuurrampen in 4 fasen: de legendarische, beschrijvende, theoretische en technische fase. Hij noemt dan in dit verband als grensfiguur van twee fasen in de astronomie Kepler, die n.l. de grens vormt tussen de beschrijvende en de theoretische fase. Hiertegen zou ik twee opmerkingen willen inbrengen:

1. Voor de wetenschappelijke bestudering van natuurrampen kan — in ieder geval in deze rede — deze verdeling in vier fasen voldoen, maar ze geldt toch niet voor de (natuur)wetenschappen in het algemeen en dit zou gesuggereerd kunnen worden door juist uit de astronomie een voorbeeld aan te halen. Immers de legen-

darische, mythologische of religieuze fase is op zeker niveau toch ook een theoretische verklaring.

2. De astronomie was vòòr Kepler toch niet alleen beschrijvend, maar ook theoretisch verklarend (Aristoteles; Ptolemeus).

Verder heeft juist Kepler in zijn theoretische verklaring allerlei mystiek religieuze elementen. Vgl. hiervoor de hoofdstukken II en IV in Max Caspar, Johannes Kepler.

Uit het bovenstaande zal U duidelijk geworden zijn dat deze oratie een rijke inhoud heeft.

J. F. Hufferman

Complex Variables and Applications door R. V. Churchill. Uitgave van McGraw-Hill — London 1960. 280 blz. Prijs 52 s. 6 d.

Dit boek bevat een heldere en suggestieve behandeling van de klassieke theorie van functies van een complexe variabele.

Na een rustige behandeling van de complexe getallen in hoofdstuk I wordt het begrip functie van een complexe variabele gedefinieerd. Kennis van de infinitesimaal rekening van functies van een reële variabele, wordt ondersteld. Maar verder wordt niets aan zijn lot overgelaten, afbeelding, limieten, continuïteit, dit alles wordt toegelicht met volledig uitgewerkte voorbeelden.

De Cauchy-Riemann condities, nodig en voldoende voorwaarden voor het bestaan van $f'(z)$, worden afgeleid.

De functies: exp z, sin z, cos z, sinh z, cosh z, tanh z, log z en de inversen van de trigonometrische functies worden gedefinieerd en besproken, waarna de afbeeldingen van het z-vlak op zichzelf door de functies: $z + a$, az, $az + b$, $z^{\frac{1}{2}}$, $\frac{az + b}{cz + d}$, exp z en sin z. (a, b, c en d complex).

Na elk hoofdstuk volgen een aantal vraagstukken die tot bezinning dwingen. In hoofdstuk V worden lijnintegralen gedefinieerd en met uitgewerkte voorbeelden toegelicht, waarna de stelling van Cauchy-Goursat (een verscherping van die van Cauchy), dat $\int_C f(z)dz = 0$, indien $f(z)$ analytisch is in alle punten binnen en op de gesloten contour C.

Na de integraalstelling van Cauchy, het residu theorema, volgt conforme afbeelding. Hoofdstuk IX is aan toepassingen gewijd. Met de Schwartz-Christoffel transformatie en de integraalformule van Poisson wordt, na enige uitbreiding van de theorie het boek besloten. De uitvoering is boven alle lof verheven.

Burgers

André Delachet, *Les logarithmes et leurs applications*. Presses universitaires de France (collection „Que sais-je?"), Paris, 1960, 128 pag., fr. 200.

Een aardige inleiding in de theorie en in de toepassing van de logaritmen. De logaritme wordt niet gedefinieerd als exponent, doch de definitie komt voort uit de wens een differentieerbare functie te vinden die voor reële positieve getallen voldoet aan $f(xy) = f(x) + f(y)$, waaruit wordt afgeleid $f'(x) = K/x$, $f(1) = 0$. Achtereenvolgens worden behandeld de logaritmische en exponentiële functies, de hyperbolische functies, het logaritmisch rekenen, het voorkomen van logaritmische en exponentiële functies bij verschijnselen in de natuur en ten slotte de opvattingen over de behandelde functies aan de hand van moderne wiskundige inzichten.

H. W. Lenstra

M. M. J. Gazalé, *Les structures de commutation à m valeurs et les calculatrices numériques*. Collection de Logique Math. A, Paris-Louvain, 1959.

De logische connectieven ($\wedge$ en, $\vee$ of, $\neg$ niet, $\rightarrow$ impliceert, enz.) kunnen door hun waardetafels worden gedefinieerd.

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$\neg p$	p/q
0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0

Hier betekent 0 vals en 1 waar. De tafel laat zien, dat b.v. $p \vee q$ alleen dan vals is als p en q beide vals zijn. Door $\vee$ en $\neg$ kan men alle connectieven voortbrengen, b.v. is

$$p \wedge q \text{ waarde-equivalent met } \neg(\neg p \vee \neg q).$$

Men speelt het zelfs met de „schuine streep" alleen klaar, want

$$\neg p \text{ waarde-equivalent met } p/p$$
$$p \wedge q \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad (p/q)/(p/q).$$

Generalisatie: Men beschouwe variabelen, die de m waarden 0, 1, . . ., m—1 kunnen aannemen, en functies van een, twee of meer van die variabelen, met als functiewaarden ook weer 0, 1, . . ., m—1. Door in elkaar te substitueren, kan men uit dergelijke functies nieuwe voortbrengen. Gevraagd een stel functies, dat op deze wijze alle functies voortbrengt.

Een voorbeeld is de functie van D. L. Webb

$$W(x, y) = 0 \qquad \text{voor } x \neq y,$$
$$W(x, y) = x + 1 \bmod m \text{ voor } x = y.$$

De auteur heeft de bekende feiten op dit gebied bij elkaar gebracht en er nieuwe aan toegevoegd. Het boekje is elementair en prettig geschreven (op het eerste hoofdstuk na, dat men gerust kan overslaan). Ik meen, dat het boekje juist de wiskunde-leraar ten zeerste mag worden aanbevolen, als een voorbeeld voor de wijze, waarop men in de moderne wiskunde met eenvoudige middelen fraaie resultaten kan bereiken.

H. Freudenthal

RECREATIE

Nieuwe opgaven met oplossing (s.v.p. persklaar) en correspondentie aangaande deze rubriek gelieve men te zenden aan Dr. P. G. J. Vredenduin.

33. De dictator (zie opgave 32) verandert nu zijn opzet en schrijft geboortestop voor na het geboren worden van twee opvolgende zonen. Uit elk huwelijk worden nu al minstens twee zonen geboren. Bereikt hij nu zijn doel?

34. Welke vlakverdelingen kan men maken met regelmatige veelhoeken, waarvan er van elke soort in elk hoekpunt evenveel samenkomen?

OPLOSSINGEN

(zie voor de opgaven het vorige nummer)

31. *a*. Als de tram om de 10 minuten gaat, moet men gemiddeld 5 minuten

wachten, en als hij om de 12 minuten gaat, 6 minuten. Hij is dus gemiddeld 1 minuut later thuis.

b. De kans, dat hij bij de halte aankomt in een interval van 8 minuten, is $\frac{2}{5}$ en de kans, dat hij aankomt in een interval van 12 minuten, $\frac{3}{5}$. Zijn gemiddelde wachttijd is dus $\frac{2}{5} \cdot 4 + \frac{3}{5} \cdot 6 = \frac{26}{5}$ minuut. Hij komt dus later thuis gemiddeld dan toen de tram om de 10 minuten reed.

32. Neen. Volgens de kansrekening zal in de niet-kinderloze huwelijken geboren worden:
in de helft van de gevallen 1 meisje en 0 jongens,
in $\frac{1}{4}$-deel van de gevallen 1 meisje en 1 jongen,
in $\frac{1}{8}$-deel van de gevallen 1 meisje en 2 jongens, enz.
Omdat zowel $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots = 1$ als $\frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{3}{16} + \ldots = 1$, zullen de aantallen mannelijke en vrouwelijke geboorten gelijk zijn.

KALENDER

Mededelingen voor deze rubriek kunnen in het volgende nummer worden opgenomen, indien zij binnen drie dagen na verschijnen van dit nummer worden ingezonden bij de redactie-secretaris, Jan Huitzingstraat 43 Hoogezand.

WISKUNDE WERKGROEP VAN DE W.V.O.

Conferentie-weekeinde op 12 en 13 november 1960 in „De Grasheuvel", de Genestetlaan 9, Amersfoort, o.l.v. H. J. Jacobs Jr. Onderwerp:

„De ontwikkeling van de methodiek van het algebra-onderwijs in de eerste vier klassen van het V. H. M. O. in de komende tien jaar".

Inleidingen van Dr P. G. J. Vredenduin, C. J. Alders, Dr W. J. Bos en Dr. P. M. van Hiele. Rapporteur: Prof. Dr. M. G. J. Minnaert.

De conferentie zal dit jaar in een nieuwe vorm plaats vinden. Zaterdagmiddag zullen de sprekers achter elkaar een half uur spreken. Daarna zullen de deelnemers zich splitsen in vier discussiegroepen. Elke groep bespreekt de vier inleidingen. Prof. Minnaert zal zondagmiddag over deze discussies in pleno een eindverslag samenstellen, waarna een slotdiscussie plaats vindt.
In verband met het karakter van deze conferentie is het gewenst, dat de deelnemers het gehele weekend bijwonen.

U kunt zich opgeven door storting van f 9,50 voor leden en f 11,— voor niet-leden van de W.V.O. op giro 614418 van de penningmeester wisk. werkgroep te Haarlem.
Een subsidie ter bestrijding van een gedeelte van de reiskosten voor docenten v.h.m.o. is aangevraagd.
Alle verdere inlichtingen bij H. C. Vernout, Van Nouhuysstr. 11 te Haarlem, tel. 57288.

WIMECOS

NOTULEN van de ALGEMENE VERGADERING
op dinsdag 29 december 1959 in „ESPLANADE" te UTRECHT

In de loop van de vergadering is de presentielijst getekend door mr. ir. M. Goote,

inspecteur-generaal van het onderwijs (die alleen de ochtendvergadering kon bijwonen), dr. A. F. Monna (mede namens dr. J. B. Drewes) en de inspecteurs dr. W. H. Capel, dr. H. A. Gribnau, en dr. D. N. van der Neut. De inspecteur dr. P. Doornenbal zond bericht van verhindering. Van de ereleden is aanwezig de heer P. Wijdenes, terwijl van de heer A. J. S. van Dam bericht van verhindering binnenkwam.

Namens Liwenagel is de heer D. Leujes aanwezig, namens de Werkgroep wiskunde van de W.V.O. de heer Hermen J. Jacobs en namens Velines de heer dr. J. Schweers. Van Velebi is bericht van verhindering binnengekomen.

Van de buitenlandse genodigden is alleen de heer A. Gloden aanwezig.

Verder vermeldt de presentielijst nog 55 namen van leden, waaronder die van alle bestuursleden.

(De presentielijst van de gecombineerde middagvergadering met Liwenagel was nog door 16 personen getekend.)

Om 10.40 opent de voorzitter dr. Joh. H. Wansink de vergadering en heet alle aanwezigen hartelijk welkom. Dit woord geldt vooral de aanwezige autoriteiten, de gasten en de spreker in de ochtendvergadering, prof. dr. R. Timman uit Delft.

Hij herdenkt vervolgens de in het afgelopen verenigingsjaar overleden leden, in welk herdenkingswoord hij ook prof. dr. D. van Dantzig betrekt. De vergadering neemt hierna, staande, enige ogenblikken van stilte in acht. Spreker wijst dan op de spanning waarin wij allen verkeren t.a.v. het nieuwe eindexamenprogramma. Een tijdige vaststelling hiervan is van uitermate groot gewicht voor het onderwijs. Vervolgens memoreert hij de door de inspectie georganiseerde regionale vergaderingen ter toelichting van het nieuwe programma. Daarna wijdt hij enige woorden aan de totstandkoming van het mechanicarapport van Liwenagel, in welk verband hij herinnert aan een dergelijk rapport van Velines en Wimecos, dat in de 28e jaargang van „Euclides" werd gepubliceerd. Hij eindigt zijn openingswoord aldus: „Thans, nu er een algemene reorganisatie van ons voortgezet onderwijs in wording is, rijst echter de vraag, of het niet gewenst is de tendens tot urenvermindering die er al een halve eeuw bestaat om te buigen en voor minstens één der schooltypen tot een urenvermeerdering over te gaan, die in verband met de hedendaagse betekenis van de wiskunde verantwoord is te achten."

Daarna worden achtereenvolgens gelezen en goedgekeurd:

a. de notulen van de algemene vergadering van 29 december 1958

b. de jaarverslagen over het verenigingsjaar september 1958—september 1959 van

1. de secretaris
2. de penningmeester
3. de redactie van „Euclides"
4. de commissie voor de leesportefeuille.

In aansluiting hierop wordt beslist dat voortaan deze notulen en het jaarverslag van de secretaris tijdig in „Euclides" zullen worden gepubliceerd, zodat voorlezing ervan op de vergadering achterwege kan blijven.

In de nieuwe kascommissie worden dan benoemd de heren W. F. Brandenburg en H. W. Lenstra.

De voorzitter spreekt een woord van dank tot het aftredende lid van de kascommissie de heer J. Koksma.

Bij de bestuursverkiezing stelt de heer dr. C. P. S. van Oosten voor het aftredende bestuurslid C. J. Alders bij acclamatie te herkiezen; de heer D. Leujes doet hetzelfde t.a.v. dr. P. G. J. Vredenduin. Aldus geschiedt.

Daarna spreekt prof. dr. R. Timman uit Delft over: Moderne ontwikkelingen in de toegepaste wiskunde. Het ligt in de bedoeling deze zeer interessante voordracht, die met grote aandacht gevolgd werd, in „Euclides" te publiceren.

Nu wordt gepauzeerd.

Om 14.20 wordt de vergadering, die nu gecombineerd wordt met een vergadering van Liwenagel, door dr. Wansink heropend. Aan de orde is de bespreking van het rapport der nomenclatuurcommissie, welke bespreking door dr. P. G. J. Vredenduin wordt ingeleid. Het rapport is gepubliceerd in „Euclides" 35, II.

In zijn inleiding onderstreept dr. Vredenduin nog eens een paar punten uit het rapport. Met name wijst hij op de verdwijning van de term „meetkundige plaats" en het woord „reeks". Verder moet de passage over de toepassingen op de mechanica aangevuld worden, zodat onderscheid gemaakt wordt tussen baancoördinaat, verplaatsing en afgelegde weg.

Het karakter van het rapport is adviserend; de z.g. verplichte termen zullen door alle leerlingen echter verstaan moeten worden.

Met auteurs van schoolboeken is overleg gepleegd op 3 november 1959.

Bij de nu volgende bespreking worden nog opmerkingen gemaakt over: meetkundige plaatsen; het gezegde over functies; onbepaalde integraal; stel of stelsel vergelijkingen; uiterste waarden; wortel, nulwaarde of nulpunt evt. nultoop. N.a.v. het voorgestelde verplicht stellen van de uitdrukking *stel wortels* wordt na stemming uitgemaakt deze uitdrukking *niet* verplicht te stellen. Men is er echter ook tegen de gewraakte uitdrukking te vervangen door „stelsel van oplossingen".

De uitdrukking „as van een driehoek" wordt aangenomen als *aanbevolen* uitdrukking. Daarna wordt deze bespreking van de verplichte termen (waartoe men zich om destijdswille had moeten beperken) afgesloten en wordt het rapport met enige wijzigingen, die tijdens de besprekingen voorgesteld waren, aangenomen. Het aldus vastgestelde rapport zal gedrukt worden en voor belangstellenden te koop zijn.

De inspecteur dr. D. N. van der Neut merkt hierna nog op dat de inspectie het rapport met grote belangstelling gelezen heeft, en dat zij er grote aandacht aan zal besteden.

Nadat dr. A. F. Monna, dr. D. N. van der Neut (mede namens de andere inspecteurs) en de heer Jacobs (mede namens de andere zusterverenigingen) hun dank voor de ontvangen uitnodiging hebben uitgesproken en de heer Timmer de nomenclatuurcommissie dank gebracht heeft voor haar vele werk en haar met de aanneming van het rapport heeft gelukgewenst, sluit de voorzitter om precies 17 uur de vergadering.

J. F. Hufferman
secretaris

Het adres van de redactiesecretaris is gewijzigd en luidt thans:

A. M. Koldijk, Jan Huitzingstraat 43, Hoogezand.